

AR-344

B. Sc. (Fifth Semester) Examination,  
Nov.-Dec. 2017

MATHEMATICS

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 125

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का  
विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as  
directed. Distribution of marks is given with  
sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(अतिलघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Very Short Answer Type Questions)

AR-344

www.a2zSubjects.com

PTO

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries  
3 marks.

1. (i) सदिश समष्टि का आधार की परिभाषा दीजिए।

Define basis of a vector space.

(ii) यदि  $f, U(F)$  से  $V(F)$  में एक समाकारिता है तो

$$f(-\alpha) = -f(\alpha) \forall \alpha \in U$$

If  $f$  is a homomorphism of  $U(F)$  into  $V(F)$ , then

$$f(-\alpha) = -f(\alpha) \forall \alpha \in U$$

(iii)  $\Delta \tan^{-1} x$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $h$  अन्तराल का अन्तर  
है।Evaluate the following  $\Delta \tan^{-1} x$ ,  $h$  being the  
interval of differencing.

(iv) धनात्मक निश्चित आव्यूह की परिभाषा दीजिए।

Define positive definite matrix.

(v) सिम्पसन 3/8 नियम का सूत्र लिखिए।

Write the formula of Simpson's 3/8 rule.

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×8=40

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 8 marks. www.a2zSubjects.com

इकाई-I

Unit-I

2. प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि के एक आधार का अस्तित्व होता है।

The exists a basis for each finite dimensional vector space.

अथवा

Or

AR-344

माना  $V, R$  पर सम्पूर्ण वास्तविक मान सतत फलनों का सदिश समष्टि है तो दर्शाइये कि अवकल समीकरण

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 9 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

जहाँ  $y = f(x)$  हल का समुच्चय  $W, V$  की एक उपसमष्टि है।

Let  $V$  be the vector space of all real valued continuous functions over  $R$ . Then show that the solution set  $W$  of the differential equation

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 9 \frac{dy}{dx} + 2y = 0$$

Where  $y = f(x)$  is a subspace of  $V$ .

इकाई-II

Unit-II

3. किसी समाकारिता की अष्टि सदिश समष्टि  $U(F)$  की एक सदिश उप समष्टि होती है।

The Kernal of homomorphism is a vector subspace of  $U(F)$ .

अथवा

Or

लैग्रांज के समानयन विधि से द्विघाती समघात

$$q = A(x, x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1 x_2 + 8x_1 x_3$$

का वर्गों के योग के रूप (विहित समघात) में सामानयन कीजिए।

By Lagrange's reduction transform reduce the quadratic form

$$q = A(x, x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1 x_2 + 8x_1 x_3$$

into canonical form.

इकाई-III

Unit-III

4. सिद्ध कीजिए कि—

$$\Delta \equiv \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

Prove that :

$$\Delta \equiv \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

AR-344

PTO

अथवा

Or

अन्तर्वेशन के लिए न्यूटन के सूत्र का उपयोग करके निम्न तालिका से 25 वर्ष की उम्र में नेट प्रीमियम ज्ञात कीजिए—

उम्र : 20 24 28 32

वार्षिक (नेट प्रीमियम) : 0.01427 0.01581 0.01772 0.01996

Use Newton formula for interpolation to find the net premium at age 25 from the table given below :

Age : 20 24 28 32

Annual net premium : 0.01427 0.01581 0.01772 0.01996

इकाई-IV

Unit-IV

5. गाउस त्रिलोपन विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए—

$$x + 4y - z = -5$$

$$x + y - 6z = -12$$

$$3x - y - z = 4$$

Apply Gauss elimination method solve the equations:

$$x + 4y - z = -5$$

AR-344

$$x + y - 6z = -12$$

$$3x - y - z = 4$$

अथवा

Or

निकाय

$$12x + y + z = 31$$

$$2x + 8y - z = 24$$

$$3x + 4y + 10z = 58$$

को विभ्रान्ति विधि से हल कीजिए।

Solve the systems

$$12x + y + z = 31$$

$$2x + 8y - z = 24$$

$$3x + 4y + 10z = 58$$

by using relaxation method.

इकाई-V

Unit-V

6. ~~उंगे~~ कुट्टा विधि के प्रयोग से  $y$  का सन्निकटन कीजिए जब  $x = 0.1$

दिया गया है  $y = 1$  पर  $x = 0$  तथा

$$\frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

Use Rung-Kutta method to approximate the value of  $y$ when  $x = 0.1$  given that  $y(0) = 1$  and

$$\frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

अथवा

Or

समाकलन अन्तराल को 6 भागों में प्रतिविभाजित करके  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$

का मान समलम्बी नियम से ज्ञात कीजिए।

www.a2zSubjects.com

Evaluate  $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$  by Trapezoidal rule, where the interval

of integration is subdivided into 6 equal parts.

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×14=70

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 14 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. सदिश समष्टि  $V(F)$  के एक अतिरिक्त उपसमुच्चय  $W$  को  $V$  का एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध—

$$(i) \alpha \in W, \beta \in W \Rightarrow \alpha - \beta \in W$$

$$(ii) a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W$$

The necessary and sufficient conditions for a non-empty subset  $W$  of a vector space  $V(F)$  to be a subspace of  $V$  are :

$$(i) \alpha \in W, \beta \in W \Rightarrow \alpha - \beta \in W$$

$$(ii) a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W$$

अथवा

Or

यदि  $W_1$  और  $W_2$  एक परिमित विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$  की दो उपसमष्टियाँ हैं तब

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

If  $W_1$  and  $W_2$  are two subspace of a finite dimensional vector space  $V(F)$  then

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

इकाई-II

Unit-II

8. दिखाओ कि रूपान्तरण  $T: R^2 \rightarrow R^3$  जो निम्नानुसार परिभाषित है—

$$T(a, b) = (a - b, b - a, -a) \forall a, b \in R$$

एक रेखिक रूपान्तरण है।  $T$  का परास, कोटि एवं शून्यता ज्ञात कीजिए।

Show that the transformation  $T: R^2 \rightarrow R^3$  defined by

$$T(a, b) = (a - b, b - a, -a) \forall a, b \in R$$

is a linear transformation. Find the Range, Rank and Nullity of  $T$ .

अथवा

Or

निम्न सममित आव्यूह  $A$  को विकर्ण आव्यूह में लाम्बिकतः समानयन कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Reduce the following symmetric matrix  $A$  orthogonally into diagonal matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

इकाई-III

Unit-III

9. समीकरण  $x^2 - 4x - 10 = 0$  के मूल का मूल्यांकन प्रारम्भिक अनुमानों  $x_1 = 4$  और  $x_2 = 2$  सहित छेदक विधि से कीजिए।

Use the secant method to estimate the root of the equation  $x^2 - 4x - 10 = 0$  with the initial estimates of  $x_1 = 4$  and  $x_2 = 2$ .

अथवा

Or

मिथ्या स्थिति विधि के प्रयोग से समीकरण  $x^3 - 2x - 5 = 0$  का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

Find the real root of the equation  $x^3 - 2x - 5 = 0$ . Using Regula-Falsi method.

इकाई-IV

Unit-IV

10. LU विलोपन विधि के प्रयोग से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$$3x + 2y + 7z = 4$$

$$2x + 3y + z = 5$$

$$3x + 4y + z = 7$$

Apply LU decomposition method to solve the equations :

$$3x + 2y + 7z = 4$$

$$2x + 3y + z = 5$$

$$3x + 4y + z = 7$$

अथवा  
Or

रैखिक समीकरणों के निकाय

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$2x + 8y + 22z = 6$$

$$3x + 22y + 82z = -10$$

को चोलेस्की विधि से हल कीजिए।

Solve the system of linear equations :

$$x + 2y + 3z = 5$$

$$2x + 8y + 22z = 6$$

$$3x + 22y + 82z = -10$$

using the Cholesky method.

इकाई-V

Unit-V

1. यदि  $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{2}$  का हल  $y(x)$  हो तो मान लो कि  $y(0) = 2$ ,

$$y(0.5) = 2.636, \quad y(1.0) = 3.595, \quad y(1.5) = 4.968$$

तब मिलने विधि से  $y(2)$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find  $y(2)$  by Milne's method if  $y(x)$  is the solution

www.a2zSubjects.com

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y}{2}, \text{ assuming } y(0) = 2, \quad y(0.5) = 2.636,$$

$$y(1.0) = 3.595 \text{ and } y(1.5) = 4.968.$$

अथवा

Or

निम्नलिखित सन्निकट क्षेत्रकलन सूत्र ज्ञात कीजिए—

$$\int_{-1/2}^{3/2} f(x) dx = \frac{1}{24} [27f(0) + 17f(1) + 5f(2) - f(3)]$$

Obtain the following approximate quadrature formula :

$$\int_{-1/2}^{3/2} f(x) dx = \frac{1}{24} [27f(0) + 17f(1) + 5f(2) - f(3)]$$