Printed Pages – 15

a2zSubjects.com

AR-344

B. Sc. (Fifth Semester) Examination, Nov.-Dec. 2017

MATHEMATICS

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 125

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

a2zSubjects.com

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(अतिलघु उत्तरीय प्रश्न) $5 \times 3 = 15$

(Very Short Answer Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 3 marks.

1. (i) सदिश समष्टि का आधार की परिभाषा दीजिए।

Define basis of a vector space.

(ii) यदि f, $U(F)$ से $V(F)$ में एक समाकारिता है तो

$$f(-\alpha) = -f(\alpha) \forall \alpha \in U$$

If f is a homomorphism of $U(F)$ into $V(F)$, then

$$f(-\alpha) = -f(\alpha) \forall \alpha \in U$$

(iii) $\Delta \tan^{-1} x$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ h अन्तराल का अन्तर है।

a2zSubjects.com

Evaluate the following $\Delta \tan^{-1} x$, h being the interval of differencing.

(iv) धनात्मक निश्चित आव्यूह की परिभाषा दीजिए।

Define positive definite matrix.

(v) सिम्पसन 3/8 नियम का सूत्र लिखिए।

Write the formula of Simpson's 3/8 rule.

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 5×8=40

(Short Answer Type Questions)

a2zSubjects.com

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 8 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि के एक आधार का अस्तित्व होता है।

The exists a basis for each finite dimensional vector space.

अथवा

Or

माना V, R पर सम्पूर्ण वास्तविक मान सतत फलनों का सदिश समष्टि है तो दर्शाइये कि अवकल समीकरण

$$2\frac{d^2y}{dx^2}-9\frac{dy}{dx}+2y=0$$

जहाँ $y=f(x)$ हल का समुच्चय W, V की एक उपसमष्टि है।

Let V be the vector space of all real valued continuous functions over R. Then show that the solution set W of the differential equation

$$2\frac{d^2y}{dx^2}-9\frac{dy}{dx}+2y=0$$

Where $y=f(x)$ is a subspace of V.

इकाई-II

a2zSubjects.com

Unit-II

3. किसी समाकारिता की अष्टि सदिश समष्टि $U(F)$ की एक सदिश उप समष्टि होती है।

The Kernal of homomorphism is a vector subspace of $U(F)$.

अथवा

Or

a2zSubjects.com

लैग्रांज के समानयन विधि से द्विघाती समघात

$$q = A(x, x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1 x_2 + 8x_1 x_3$$

का वर्गों के योग के रूप (विहित समघात) में सामानयन कीजिए।

By Lagrange's reduction transform reduce the quadratic form

$$q = A(x, x) = x_1^2 + 2x_2^2 - 7x_3^2 - 4x_1 x_2 + 8x_1 x_3$$

into canonical form.

इकाई-III

Unit-III

4. सिद्ध कीजिए कि—

$$\Delta \equiv \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

Prove that :

$$\Delta \equiv \frac{1}{2}\delta^2 + \delta\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4}}$$

a2zSubjects.com

अथवा

Or

a2zSubjects.com

अन्तर्वेशन के लिए न्यूटन के सूत्र का उपयोग करके निम्न तालिका से 25 वर्ष की उम्र में नेट प्रीमियम ज्ञात कीजिए—

उम्र :	20	24	28	32
वार्षिक (नेट प्रीमियम) :	0·01427	0·01581	0·01772	0·01996

Use Newton formula for interpolation to find the net premium at age 25 form the table given below :

Age :	20	24	28	32
Annual net premium :	0·01427	0·01581	0·01772	0·01996

इकाई-IV

Unit-IV

a2zSubjects.com

5. गाउस विलोपन विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए—

$$x + 4y - z = -5$$

$$x + y - 6z = -12$$

$$3x - y - z = 4$$

Apply Gauss elimination method solve the equations:

$$x + 4y - z = -5$$

a2zSubjects.com

a2zSubjects.com

$x + y - 6z = -12$

$3x - y - z = 4$

अथवा

Or

निकाय

$12x + y + z = 31$

$2x + 8y - z = 24$

$3x + 4y + 10z = 58$

को विश्रांति विधि से हल कीजिए।

Solve the systems

$12x + y + z = 31$

$2x + 8y - z = 24$

$3x + 4y + 10z = 58$

by using relaxation method.

इकाई-V

a2zSubjects.com Unit-V

6. रुंगे कुट्टा विधि के प्रयोग से y का सन्निकटन कीजिए जब $x = 0 \cdot 1$ दिया गया है $y = 1$ पर $x = 0$ तथा

a2zSubjects.com

$$\frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

Use Rung-Kutta method to approximate the value of y when $x = 0 \cdot 1$ given that $y(0) = 1$ and

$$\frac{dy}{dx} = 3x + y^2$$

अथवा

a2zSubjects.com Or

समाकलन अन्तराल को 6 भागों में प्रतिविभाजित करके $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान समलम्बी नियम से ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ by Trapezoidal rule, where the interval of integration is subdivided into 6 equal parts.

खण्ड-'स'

Section-'C'

a2zSubjects.com

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) $5 \times 14 = 70$

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : *Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 14 marks.*

इकाई-I

Unit-I

7. सदिश समष्टि $V(F)$ के एक अतिरिक्त उपसमुच्चय W को V का एक उपसमष्टि होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध—

(i) $\alpha \in W, \beta \in W \Rightarrow \alpha - \beta \in W$

(ii) $a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W$

The necessary and sufficient conditions for a non-empty subset W of a vector space $V(F)$ to be a subspace of V are :

a2zSubjects.com

a2zSubjects.com

(i) $\alpha \in W, \beta \in W \Rightarrow \alpha - \beta \in W$

(ii) $a \in F, \alpha \in W \Rightarrow a\alpha \in W$

अथवा

Or

a2zSubjects.com

यदि W_1 और W_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ की दो उपसमष्टियाँ है तब

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

If W_1 and W_2 are two subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$ then

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2)$$

इकाई-II

a2zSubjects.com

Unit-II

8. दिखाओ कि रूपान्तरण $T : R^2 \to R^3$ जो निम्नानुसार परिभाषित है—

$$T(a, b) = (a - b, b - a, -a) \; \forall \; a, b \in R$$

a2zSubjects.com

एक रैखिक रूपान्तरण है। T का परास, कोटि एवं शून्यता ज्ञात कीजिए।

Show that the transformation $T : R^2 \rightarrow R^3$ defined by

$$T(a,b) = (a-b, b-a, -a) \ \forall \ a, b \in R$$

is a linear transformation. Find the Range, Rank and Nullity of T.

अथवा

Or a2zSubjects.com

निम्न सममित आव्यूह A को विकर्ण आव्यूह में लाम्बिकत: समानयन कीजिए—

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Reduce the following symmetric matrix A orthogonally into diagonal matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a2zSubjects.com

इकाई-III

Unit-III

a2zSubjects.com

9. समीकरण $x^2 - 4x - 10 = 0$ के मूल का मूल्यांकन प्रारम्भिक अनुमानों $x_1 = 4$ और $x_2 = 2$ सहित छेदक विधि से कीजिए।

Use the secant method to estimate the root of the equation $x^2 - 4x - 10 = 0$ with the initial estimates of $x_1 = 4$ and $x_2 = 2$.

अथवा

Or

मिथ्या स्थिति विधि के प्रयोग से समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

a2zSubjects.com

Find the real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$. Using Regula-Falsi method.

इकाई-IV

Unit-IV

10. LU विलोपन विधि के प्रयोग से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

a2zSubjects.com

$3x+2y+7z=4$

$2x+3y+z=5$

$3x+4y+z=7$

Apply LU decomposition method to solve the equations :

$3x+2y+7z=4$

$2x+3y+z=5$

$3x+4y+z=7$

अथवा

a2zSubjects.com

Or

रैखिक समीकरणों के निकाय

$x+2y+3z=5$

$2x+8y+22z=6$

$3x+22y+82z=-10$

को चोलेस्की विधि से हल कीजिए।

Solve the system of linear equations :

$x+2y+3z=5$

$2x+8y+22z=6$

a2zSubjects.com

$3x+22y+82z=-10$

using the Cholesky method.

इकाई-V

Unit-V

a2zSubjects.com

11. यदि $\frac{dy}{dx}=\frac{x+y}{2}$ का हल $y(x)$ हो तो मानलो कि $y(0)=2$, $y(0\cdot5)=2\cdot636$, $y(1\cdot0)=3\cdot595$, $y(1\cdot5)=4\cdot968$ तब मिलने विधि से $y(2)$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find $y(2)$ by Milne's method if $y(x)$ is the solution $\frac{dy}{dx}=\frac{x+y}{2}$, assuming $y(0)=2$, $y(0\cdot5)=2\cdot636$, $y(1\cdot0)=3\cdot595$ and $y(1\cdot5)=4\cdot968$.

अथवा

Or

a2zSubjects.com

निम्नलिखित सन्निकट क्षेत्रकलन सूत्र ज्ञात कीजिए—

$$\int_{-1/2}^{3/2} f(x)\,dx = \frac{1}{24}\left[27f(0)+17f(1)+5f(2)-f(3)\right]$$

Obtain the following approximate quadrature formula :

$$\int_{-1/2}^{3/2} f(x)\,dx = \frac{1}{24}\left[27f(0)+17f(1)+5f(2)-f(3)\right]$$

a2zSubjects.com