

Solve the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$$

for  $x = 0.5$  by using Runge-Kutta method (order 4)

with  $x_0 = 0, y_0 = 1. (h = 0.5)$

11. गॉडस विलोपन विधि से हल कीजिये--

$$10x + y + 2z = 13$$

$$3x + 10y + z = 14$$

$$2x + 3y + 10z = 15$$

Solve by Gauss-elimination method :

$$10x + y + 2z = 13$$

$$3x + 10y + z = 14$$

$$2x + 3y + 10z = 15$$

अथवा

Or

रूंगे कुट्टा विधि (चार कोटि) के प्रयोग से अवकल समीकरण

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x+y}$$

को  $x = 0.5$  के लिये हल कीजिये जबकि  $x_0 = 0, y_0 = 1$

है।  $(h = 0.5)$

प्राप्त कीजिये जहाँ  $\beta_1 = (1, 0, 1)$ ,  $\beta_2 = (1, 0, -1)$ ,  
 $\beta_3 = (0, 3, 4)$  है।

Using the Gram-Schmidt orthogonalization process to  
obtain an orthogonal basis  $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$  of  $V_3(R)$

where  $\beta_1 = (1, 0, 1)$ ,  $\beta_2 = (1, 0, -1)$ ,  $\beta_3 = (0, 3, 4)$ .

इकाई-IV

Unit-IV

10. न्यूटन-रेफसन विधि के समीकरण  $x^3 - 3x - 5 = 0$  का मूल  
ज्ञात कीजिये।

Using Newton-Raphson method find a root of the  
equation  $x^3 - 3x - 5 = 0$ .

अथवा

Or

3 भुजांक लेकर गॉउसीय क्षेत्रफल सूत्र व्युत्पन्न कीजिये।

Derive the Gaussian quadrature formula for three  
ordinates.

इकाई-V

Unit-V

ER-6433

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि रेखिक संकारक  $T$  के भिन्न भिन्न अभिलाक्षणिक  
मानों के संगत भिन्न भिन्न शून्यतेर अभिलाक्षणिक सदिशों का  
समुच्चय रेखिकतः स्वतंत्र होगा।

Prove that distinct non-zero eigen vectors of  $T$   
corresponding to distinct eigen values of linear operator  
 $T$  are linearly independent.

इकाई-III

Unit-III

9. आन्तर गुणन समष्टि  $V(F)$  में सिद्ध कीजिये कि—

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$$

In an inner product space  $V(F)$ , prove that :

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$$

अथवा

Or

ग्राम-रिमिट के लाम्बिक प्रक्रम का उपयोग करके  $V_3(R)$  के  
आधार  $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$  से एक प्रसामान्य लाम्बिक आधार

ER-6433

PTO

यदि परिमित विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$  का  $W$  एक उपसमष्टि है, तब सिद्ध कीजिये कि—

$$\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$$

If  $W$  be a subspace of a finite dimensional vector space  $V(F)$ , then prove that

$$\dim \frac{V}{W} = \dim V - \dim W$$

इकाई-II

Unit-II

8. दिखाइये कि आव्यूह  $A$  विकर्णनीय है, जहाँ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Show that the matrix  $A$  is diagonalizable where :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

ER-6433

खण्ड-'स'

Section-'C'

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note: Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. दर्शाइये कि समुच्चय  $S = \{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$ ,

$V_3(R)$  के लिये आधार निर्मित करता है।

Show that the set  $S = \{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (1, -1, 2)\}$ ,

form a basis of  $V_3(R)$ .

अथवा

Or

ER-6433

$$x - y + z = 2$$

Solve the following system of equations by Gauss elimination method :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

अथवा

Or

ऑयलर विधि का उपयोग कर  $y(0.4)$  को ज्ञात कीजिये जबकि दिया है

$$\frac{dy}{dx} = xy, y(0) = 1 \text{ जबकि समान अन्तराल } h = 0.1 \text{ है।}$$

Using Euler's method find  $y(0.4)$  from the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = xy, y(0) = 1 \text{ while equal interval } h = 0.1.$$

$$\Delta \log x = \log \left[ 1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$$

Prove that :

$$\Delta \log x = \log \left[ 1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right]$$

अथवा

Or

तीन घात का वह बहुपद ज्ञात कीजिये जो नीचे दिये गये मानों का ग्रहण करता है—

Find the polynomials of degree three which takes the values given below :

x	0	1	2	4
y	1	1	2	5

इकाई-V

Unit-V

6. गॉस विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिये—

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

If  $\lambda$  is an eigen value of an invertible transformation  $T$ , then prove that  $\lambda^{-1}$  is an eigen value of  $T^{-1}$ .

इकाई-III  
Unit-III

4. आन्तर गुणन समष्टि  $V(F)$  में सिद्ध कीजिये कि—  
http://www.ujjainstudy.com

In an inner product space  $V(F)$ , prove that :

(i)  $(a\alpha - b\beta, \gamma) = a(\alpha, \gamma) - b(\beta, \gamma)$

(ii)  $(a, a\beta + b\gamma) = \bar{a}(\alpha, \beta) + \bar{b}(\alpha, \gamma)$

अथवा  
Or

सिद्ध कीजिये कि एक आन्तर गुणन समष्टि में सदिशों का प्रसामान्य लांबिक समुच्चय रैखिकतः स्वतंत्र होता है।

Prove that any orthonormal set of vectors in an inner product space is linearly independent.

इकाई-IV  
Unit-IV

5. सिद्ध कीजिये—

अथवा  
Or

यदि सदिश समष्टि  $V(F)$  की  $W_1$  और  $W_2$  दो उपसमष्टियां हैं। तो सिद्ध कीजिये कि  $W_1 + W_2, V(F)$  की उपसमष्टि है।

If  $W_1$  and  $W_2$  are two subspaces of the vector space  $V(F)$ , then prove that  $W_1 + W_2$  is a subspace of  $V(F)$ .

इकाई-II  
Unit-II

3. सिद्ध कीजिये कि प्रतिचित्रण  $f: V_3(R) \rightarrow V_2(R)$  जो  $f(a, b, c) = (c, a+b)$  से परिभाषित है, एक रैखिक रूपान्तरण है।

Prove that the mapping  $f: V_3(R) \rightarrow V_2(R)$  defined by  $f(a, b, c) = (c, a+b)$  is a linear transformation.

अथवा  
Or

यदि  $\lambda$  किसी व्युत्क्रमणीय रूपान्तरण  $T$  का आइगेन का मान है तो सिद्ध कीजिये कि  $\lambda^{-1}$  रूपान्तरण  $T^{-1}$  का आइगेन मान होगा।

(c)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d) None of these

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note: Attempt five questions. Each question carries 2 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. जाँच कीजिये कि सदिशों (2, 3, -1), (-1, 4, 2) एवं (1, 18, -4) का समुच्चय सदिश समष्टि V<sub>3</sub>(R) में रेखिकतः स्वतंत्र है या परतंत्र।

Examine whether the set of vectors (2, 3, -1), (-1, 4, 2) and (1, 18, -4) is linearly independent or dependent in V<sub>3</sub>(R).

(a)  $\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(c)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d) इनमें से कोई नहीं

In LU decomposition method, the value of upper triangular matrix U is :

(a)  $\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$

(b)  $\begin{bmatrix} 1 & u_{12} & u_{13} \\ 0 & 1 & u_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(a)  $(\alpha, \beta) < 0$

(b)  $(\alpha, \beta) > 0$

(c)  $(\alpha, \beta) = 0$

(d) None of these

(iv) न्यूटन रेफसन विधि की अभिसारिता दर है—

(a) रैखिक

(b) द्विघातीय

(c) त्रिघातीय

(d) इनमें से कोई नहीं

The rate of convergence of Newton Raphson method is :

(a) Linear

(b) Quadratic

(c) Cubic

(d) None of these

(v) LU वियोजन विधि में ऊपरी त्रिभुजीय आव्यूह U का मान है—

(c) रैखिक होगा

(d) रैखिक नहीं होगा

If the mapping  $f : V_1 \rightarrow V_2$  is one one, onto and linear mapping, then the mapping  $f^{-1} : V_2 \rightarrow V_1$  is :

(a) one one but not linear

(b) onto but not linear

(c) linear

(d) not linear

(iii) दो सदिश  $\alpha, \beta \in V(F)$  लाम्बिक होंगे यदि—

(a)  $(\alpha, \beta) < 0$

(b)  $(\alpha, \beta) > 0$

(c)  $(\alpha, \beta) = 0$

(d) इनमें से कोई नहीं

Two vectors  $\alpha, \beta \in V(F)$  will be orthogonal if :

1. सही उत्तर का चयन करें—

Choose the correct answer :

(i) यदि सदिश समष्टि  $V(F)$  के  $S$  एवं  $T$  दो उपसमुच्चय हो तो निम्न में कौनसा कथन असत्य है—

If  $S$  and  $T$  are subsets of a vector space  $V(F)$ , then which of the following relation is false :

- (a)  $S \subseteq T \Rightarrow L(S) \subseteq L(T)$   
(b)  $L(S \cap T) = L(S) + L(T)$   
(c)  $L(S \cup T) = L(S) + L(T)$   
(d)  $L\{L(S)\} = L(S)$

http://www.ujjainstudy.com

(ii) यदि प्रतिचित्रण  $f: V_1 \rightarrow V_2$  एकैकी, आच्छादक तथा

रैखिक हो तो प्रतिचित्रण  $f^{-1}: V_2 \rightarrow V_1$ —

- (a) एकैकी होगा परन्तु रैखिक नहीं  
(b) आच्छादक परन्तु रैखिक नहीं

ER-6433

B. Sc. (Third Year) Examination, March-April 2020

MATHEMATICS

Paper : First

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न समान अंक का है।

Note: Attempt all questions. Each question carries equal mark.