BR-837

B. Sc. (Third Year) Examination, 2022

MATHEMATICS

Paper : First

(Linear Algebra and Numerical Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 5×1=5

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न समान अंक का है।

Note: Attempt all questions. Each question carries equal mark.

https://www.ujjainstudy.com

1. सही उत्तर का चयन करें—

Choose the correct answer :

(i) सदिश $\{ \alpha, \beta \}$ को रैखिकत: स्वतन्त्र कहते यदि—

Vector $\{ \alpha, \beta \}$ is said to be linearly independent if :

(a) $a\alpha + b\beta = 0 \Rightarrow a = 0,\ b \neq 0$

(b) $a\alpha + b\beta = 0 \Rightarrow a \neq 0,\ b = 0$

(c) $a\alpha + b\beta = 0 \Rightarrow a = 0,\ b = 0$

(d) $a\alpha + b\beta = 0 \Rightarrow a \neq 0,\ b \neq 0$

(ii) रैखिक रूपान्तरण $f : u \to v$ का अष्टि है—

(a) U का उपसमुच्चय

(b) U का उपसमूह

(c) U का उपक्षेत्र

(d) U की उपसमष्टि

Kernel of linear transformation is :

(a) Subset of U

https://www.ujjainstudy.com

(b) Subgroup of U

(c) Subfield of U

(d) Subspact of U

(iii) यदि सदिश $X_1 = [1, 1, 1]$ तब (X_1, X_1) का मान है—

(a) 2

(b) 0

(c) 3

(d) 1

The value of (X_1, X_1) when vector $X_1 = [1, 1, 1]$ is :

(a) 2

(b) 0

(c) 3

(d) 1

(iv) न्यूटन रैफसन विधि में अभिकरण कम है—

(a) 2

https://www.ujjainstudy.com

(b) 3

(c) 0

(d) कोई भी नहीं

The order of convergence of Newton-Rephson method is :

(a) 2

(b) 3

(c) 0

(d) None

(v) LU वियोजन विधि जहाँ L निम्न त्रिभुजीय आव्यूह है का रूप होता है—

(a) $\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$

https://www.ujjainstudy.com

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d) इनमें से कोई नहीं

In LU decomposition method, the value of lower triangular matrix U is :

(a) $\begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(d) None of these

https://www.ujjainstudy.com

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : *सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।*

Note: *Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.*

इकाई-I

Unit-I

2. सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिए।

Define Vector Space.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिये कि समुच्चय $W = \{(a, b, 0) : a, b \in F\}$ $V_3 F$ की एक सदिश उपसमष्टि है।

https://www.ujjainstudy.com

Prove that set $W = \{(a, b, 0) : a, b \in F\}$ is a vector sub space of $V_3 F$.

इकाई-II
Unit-II

3. यदि $f : V_3(R) \to V_2(R)$ निम्न प्रकार से परिभाषित है $F(x, y, z) = (y, z)$ तो दिखाइए कि f एक रैखिक रूपान्तरण है ।

Prove that the mapping

$f : V_3(R) \to V_2(R)$ defined by

$F(x, y, z) = (y, z)$ is a linear transformation.

अथवा
Or

मान लो V_1 और V_2 क्षेत्र F पर सदिश समष्टियाँ हैं तथा रूपान्तरण $T : V_1 \to V_2$ एकैकी आच्छादक रैखिक रूपान्तरण है तो सिद्ध कीजिए कि $T^{-1} : V_2 \to V_1$ भी एक रैखिक रूपान्तरण होगा।

https://www.ujjainstudy.com

If $T : V_1 \to V_2$ is one-one onto linear transformation of vector space V_1 and V_2 on a field F then prove that $T^{-1} : V_2 \to V_1$ is also a linear transformation.

इकाई-III
Unit-III

4. सिद्ध कीजिए कि—

$$(\alpha, a\beta + b\gamma) = \bar{a}(\alpha \cdot \beta) + \bar{b}(\alpha, \gamma)$$

Prove that :

$$(\alpha, a\beta + b\gamma) = \bar{a}(\alpha \cdot \beta) + \bar{b}(\alpha, \gamma)$$

अथवा
Or

यदि α, β एक आन्तर गुणन समष्टि V के सदिश है, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\| \alpha + \beta \| \leq \| \alpha \| + \| \beta \|$$

If α, β are vectors of a Inner product space V then prove that

$$\| \alpha + \beta \| \leq \| \alpha \| + \| \beta \|$$

https://www.ujjainstudy.com

इकाई-IV

Unit-IV

5. समीकरण $x^3 - 3x + 1 = 0$ को न्यूटन-रैफसन विधि से हल कीजिए।

Solve the equation $x^3 - 3x + 1 = 0$ by Newton's-Raphson method.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\Delta \log f(x) = \log \left[\frac{1 + \Delta f(x)}{f(x)} \right]$$

Prove that :

$$\Delta \log f(x) = \log \left[\frac{1 + \Delta f(x)}{f(x)} \right]$$

इकाई-V

Unit-V

6. गॉउस की विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए—

$$2x - 3y + 3z = 9$$

https://www.ujjainstudy.com

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

Solve the following system of equations by Gauss elimination method :

$$2x - 3y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

अथवा

Or

ऑयलर विधि का उपयोग कर $y(0 \cdot 4)$ को ज्ञात कीजिए जबकि दिया है

$\frac{dy}{dx} = xy,\ y(0) = 1$ जबकि समान अन्तराल $h = 0 \cdot 1$ है।

Using Euler's method find $y(0 \cdot 4)$ from the differential equation

$\frac{dy}{dx} = xy,\ y(0) = 1$ while equal interval $h = 0 \cdot 1$.

https://www.ujjainstudy.com

खण्ड-'स'
Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) **5×5=25**

(Long Answer Type Questions)

नोट : *सभी **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।*

***Note:** Attempt all the **five** questions. **One** question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.*

इकाई-I
Unit-I

7. यदि W_1 और W_2 एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ की दो उपसष्टियाँ हैं, तब—

$$\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$$

If W_1 and W_2 are to subspaces of finite dimensional vector space $V(F)$ then prove that

$$\dim(W_1+W_2)=\dim W_1+\dim W_2-\dim(W_1\cap W_2)$$

https://www.ujjainstudy.com

अथवा

Or

यदि W एक परिमित विमीय सदिश समष्टि $V(F)$ का एक उपसमष्टि है, तब—

$$\dim\frac{V}{W}=\dim V-\dim W$$

If W is a subspace of a finite dimensional vector space $V(F)$, then prove that

$$\dim\frac{V}{W}=\dim V-\dim W$$

इकाई-II
Unit-II

8. दर्शाइए कि आव्यूह $\begin{bmatrix}4 & 2\\ 3 & 3\end{bmatrix}$ विकर्णनीय है।

Show that the matrix $\begin{bmatrix}4 & 2\\ 3 & 3\end{bmatrix}$ is diagonalizable of matrix.

https://www.ujjainstudy.com

अथवा

Or

दिखाइए कि $T : R^2 \to R^3$ जो निम्नानुसार परिभाषित है $T(a, b) = (a-b, b-a, -a)$ एक रैखिक रूपान्तरण है।

Show that $T : R^2 \to R^3$ defined by $T(a, b) = (a-b, b-a, -a)$ is a linear transformation.

इकाई-III
Unit-III

9. ग्राम-श्मिट के लाम्बिक प्रक्रम का उपयोग करके $V_3(R)$ के आधार $\beta = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \}$ से एक प्रसामान्य लाम्बिक आधार प्राप्त कीजिए $\alpha_1 = \{ 1, 0, 0 \}$, $\alpha_2 = \{ 1, 1, 0 \}$ तथा $\alpha_3 = \{ 1, 1, 1 \}$ है। https://www.ujjainstudy.com

Using the Gram-Schmidt orthogonalization process to obtain on orthogonal basis $\beta = \{ \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \}$ of $V_3(R)$ where $\alpha_1 = \{ 1, 0, 0 \}$, $\alpha_2 = \{ 1, 1, 0 \}$ and $\alpha_3 = \{ 1, 1, 1 \}$.

https://www.ujjainstudy.com

अथवा

Or

आन्तर गुणन समष्टि में कॉशी-श्वार्ज असमिका $|\alpha\beta| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$ को सिद्ध कीजिए।

Solve Cauchy-Schwarz Inequality $|\alpha\beta| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$ in a linear product space.

इकाई-IV
Unit-IV

10. मिथ्या विधि से समीकरण $x^3 - 5x - 5$ का मूल ज्ञात कीजिए जो 2 और 3 के बीच स्थित है।

Find he root of the equation $x^3 - 5x - 5$ lies between 2 and 3 by Regula-Falsi method.

अथवा

Or

न्यूटन विभाजित अन्तर अन्तर्वेशन सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(2)$, $f(8)$ और $f(15)$ का मान ज्ञात कीजिए—

x :	4	5	7	10	11	13
$f(x)$:	48	100	294	900	1210	2028

https://www.ujjainstudy.com

Find the value of $f(2)$, $f(8)$ and $f(15)$ from the following table by using Newton's Interpolation Divided Difference formula :

x :	4	5	7	10	11	13
$f(x)$:	48	100	294	900	1210	2028

इकाई-V

Unit-V

1. LU विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए—

$3x+2y+7z=4$

$2x+3y+z=5$

$3x+4y+7=7$

Solve the following equation by LU decomposition method :

$3x+2y+7z=4$

$2x+3y+z=5$

$3x+4y+7=7$

अथवा

Or

https://www.ujjainstudy.com

आयलर विधि के प्रयोग से अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = xy$, $y(0)=1$ से $y(0\cdot4)$ ज्ञात कीजिए जबकि $h=0\cdot1$

Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = xy$, by using Euler's method where $y(0)=1$ to $y(0\cdot4)$ and $h=0\cdot1$.

https://www.ujjainstudy.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.ujjainstudy.com