

UR-264

a2zSubjects.com

B. Sc. (Second Semester) Examination,
April-May 2015

MATHEMATICS

(Advance Calculus, Differential Equations
and Vector Calculus)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 125

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का
विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as
directed. Distribution of marks is given with
sections.

खण्ड-अ

a2zSubjects.com

Section-A

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×3=15

(Very Short Answer Type Questions)

नोट : निम्नलिखित सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न 3 अंकों
का है।

UR-264

PTO

a2zSubjects.com | 2 |

Note : Answer all the following questions. Each
question carries 3 marks.

1. (i) $\cos x$ के लिए मेकलारिन की श्रेणी लिखिए।
Write the Maclaurin's series for $\cos x$.

(ii) $\int_0^\pi \int_0^{\sin\theta} r \, d\theta \, dr$ का मान ज्ञात कीजिये।

Write the value of $\int_0^\pi \int_0^{\sin\theta} r \, d\theta \, dr$.

a2zSubjects.com

(iii) समीकरण $xp^2 - yp + a = 0$ का हल क्या होगा?

What is the solution of the equation

$xp^2 - yp + a = 0$.

(iv) अवकल समीकरण $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x^2 e^x$ का C.

F. क्या होगा?

What is the C. F. of the differential equation

a2zSubjects.com

UR-264

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x^2 e^x$$

(v) यदि $\vec{a} = t^2 \hat{i} + t \hat{j} - t^2 \hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2t \hat{i} + \hat{j} - t \hat{k}$ तब

$$\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) \text{ क्या होगा?}$$

If $\vec{a} = t^2 \hat{i} + t \hat{j} - t^2 \hat{k}$ and $\vec{b} = 2t \hat{i} + \hat{j} - t \hat{k}$.

$$\text{What is } \frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b})?$$

Section-B

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5*8=40

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 8 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. $\sin^2 x \sin 2x$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the n^{th} derivative of $\sin^2 x \sin 2x$.

अथवा

a2zSubjects.com

Or

मेक्लारिन के प्रमेय से $\log(1+x)$ का प्रसार कीजिए।

Expand $\log(1+x)$ by Maclaurin's theorem.

3. सिद्ध कीजिए कि निम्न परिभाषित फलन

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

बिन्दु (0, 0) पर संतत नहीं है।

Prove that the function defined by :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2} & ; (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & ; (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

is not continuous at (0, 0).

अथवा

Or

मान ज्ञात कीजिए— a2zSubjects.com

$$\int_0^1 \int_1^1 \int_0^{1-x} x \, dz \, dx \, dy$$

Evaluate

$$\int_0^1 \int_1^1 \int_0^{1-x} x \, dz \, dx \, dy$$

4. अवकल समीकरण हल कीजिए—

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

Solve the differential equation :

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

अथवा

Or

समीकरण हल कीजिये—

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x - 2 \sin x$$

Solve the differential equation :

$$\frac{dy}{dx} = y \tan x - 2 \sin x$$

5. हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

a2zSubjects.com अथवा
Or

हल कीजिये—

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2+y^2}$$

Solve :

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2+y^2}$$

इकाई-V

Unit-V

a2zSubjects.com

6. यदि $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$ तब $\int_0^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt$ का मान

निकालिए।

If $\vec{r}(t) = 5t^2\hat{i} + t\hat{j} - t^3\hat{k}$ then find the value of

$$\int_0^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) dt .$$

a2zSubjects.com

UR-264

| 8 |

अथवा

a2zSubjects.com Or

स्थिर a का मान निकालिए यदि सदिश

$$\vec{f} = (x+3y)\hat{i} + (y-2z)\hat{j} + (x-az)\hat{k}$$

सोलेनाइडल हो।

Find the value of the constant a if the vector

$\vec{f} = (x+3y)\hat{i} + (y-2z)\hat{j} + (x-az)\hat{k}$ is solenoidal.

खण्ड-स

Section-C

a2zSubjects.com

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×14=70

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न हल करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

Note : Attempt all five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 14 marks.

a2zSubjects.com

7. यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ तब सिद्ध कीजिए कि—

$$(i) (1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$$

$$(ii) (1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

और तब $(y_n)_0$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{If } (1-x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$$

$$(ii) (1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

$$(ii) (1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 - m^2)y_n = 0$$

and then find the value of $(y_n)_0$.

a2zSubjects.com अथवा

Or

वक्र $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ की समस्त अनन्त-

स्पर्शिका ज्ञात कीजिए।

Find all the asymptotes of the curve

$$x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0.$$

इकाई-11

a2zSubjects.com Unit-II

8. यदि $x^x y^y z^z = C$ तब $x = y = z$ के लिए सिद्ध कीजिए कि—

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$$

If $x^x y^y z^z = C$ then prove that

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1} \text{ at } x = y = z.$$

अथवा

a2zSubjects.com Or

$$\text{यदि } y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}, y_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}, y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$$

तब दर्शाइये कि—

$$\frac{\partial(y_1, y_2, y_3)}{\partial(x_1, x_2, x_3)} = 4$$

If $y_1 = \frac{x_2 x_3}{x_1}$, $y_2 = \frac{x_1 x_3}{x_2}$, $y_3 = \frac{x_1 x_2}{x_3}$

then show that

$$\frac{\partial(y_1, y_2, y_3)}{\partial(x_1, x_2, x_3)} = 4$$

इकाई-III

Unit-III

9. हल कीजिए—

a2zSubjects.com

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

Solve :

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

अथवा

Or

हल कीजिये—

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-3x}$$

Solve :

a2zSubjects.com

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-3x}$$

a2zSubjects.com

इकाई-IV

Unit-IV

10. हल कीजिए—

a2zSubjects.com

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2y = 10 \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

Solve :

$$x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} + 2x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2y = 10 \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2$$

a2zSubjects.com

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = 2x^2$$

इकाई-V

Unit-V

11. दर्शाइये कि—

$$(i) \operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \operatorname{curl} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{curl} \vec{b}$$

$$(ii) \operatorname{curl} \operatorname{grad} f = 0$$

Show that :

$$(i) \operatorname{div}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \operatorname{curl} \vec{a} - \vec{a} \operatorname{curl} \vec{b}$$

$$(ii) \operatorname{curl} \operatorname{grad} f = 0$$

अथवा

Or

मान निकालिए $\int_C (yzdx + (zx+1)dy + xydz)$ जहाँ $C, (1,0,0)$

से $(2,1,4)$ का पथ है।

Evaluate $\int_C (yzdx + (zx+1)dy + xydz)$ when C is any path from $(1,0,0)$ to $(2,1,4)$.

a2zSubjects.com