www.a2zSubjects.com

Printed Pages – 15

AR-4118

B. Sc. (First Year) Examination, March-April 2018

MATHEMATICS

Paper : Third

(Vector Analysis & Geometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न) 5×1=5

(Objective Type Questions)

नोट : सभी प्रश्न हल करें। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 1 mark.

www.a2zSubjects.com

1. (i) $\left(\vec{r}\cdot\hat{i}\right)\hat{i}+\left(\vec{r}\cdot\hat{j}\right)\hat{j}+\left(\vec{r}\cdot\hat{k}\right)\hat{k}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of $\left(\vec{r}\cdot\hat{i}\right)\hat{i}+\left(\vec{r}\cdot\hat{j}\right)\hat{j}+\left(\vec{r}\cdot\hat{k}\right)\hat{k}$.

(ii) यदि $\vec{a}=t\hat{i}-t^2\hat{j}+(t-1)\hat{k}$ और $\hat{b}=2t^2\hat{i}+6t\hat{k}$ तब $\int_0^1 \vec{a}\cdot\vec{b}\,dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{a}=t\hat{i}-t^2\hat{j}+(t-1)\hat{k}$ and $\hat{b}=2t^2\hat{i}+6t\hat{k}$ then find the value of $\int_0^1 \vec{a}\cdot\vec{b}\,dt$.

(iii) शांकव $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ का बिन्दु α पर स्पर्शी का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent at the point α of the conic $\frac{l}{r}=1+e\cos\theta$ is.

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com

(iv) उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण लिखिए जिसका अक्ष z-अक्ष एवं अर्धशीर्ष कोण α है।

Write the equation of right circular cone, whose axis is z-axis and semi vertical angle is α.

(v) बिन्दु (1, 2, 3) पर शांकवज $3x^2-4y^2+5z^2=32$ के स्पर्श तल का समीकरण लिखिए।

Write the equation of tangent plane of conicoids $3x^2-4y^2+5z^2=32$ at the point (1, 2, 3).

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न) 5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : *Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.*

इकाई-I

Unit-I

2. यदि $\vec{r}=a\cos t\,\hat{i}+a\sin t\,\hat{j}+at\tan\alpha\,\hat{k}$ तब

$\left[\frac{d\vec{r}}{dt}\ \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\ \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}\right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $\vec{r}=a\cos t\,\hat{i}+a\sin t\,\hat{j}+at\tan\alpha\,\hat{k}$, then find the

www.a2zSubjects.com

value of $\left[\frac{d\vec{r}}{dt}\ \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\ \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}\right]$.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\operatorname{div}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=\vec{B}\cdot\operatorname{curl}\vec{A}-\vec{A}\cdot\operatorname{curl}\vec{B}$$

Prove that :

$$\operatorname{div}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)=\vec{B}\cdot\operatorname{curl}\vec{A}-\vec{A}\cdot\operatorname{curl}\vec{B}$$

इकाई-II

Unit-II

3. यदि

$$\vec{r}(t)=\begin{cases}2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k} & \text{जब } t=2\\ 4\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k} & \text{जब } t=3\end{cases}$$

तब दर्शाओ कि

PTO

www.a2zSubjects.com
www.a2zSubjects.com

$$\int_2^3 \vec{r}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt}\,dt=10$$

If

$$\vec{r}(t)=\begin{cases}2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k} & \text{when } t=2\\ 4\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k} & \text{when } t=3\end{cases}$$

then show that

$$\int_2^3 \vec{r}\cdot\frac{d\vec{r}}{dt}\,dt=10$$

अथवा

Or

दर्शाइये कि

$$\iint_S\left(ax\hat{i}+by\hat{j}+\left(z\hat{k}\right)\cdot\hat{n}\,ds=\frac{4}{3}\pi(a+b+c)\right.$$

जहाँ S गोले $x^2+y^2+z^2=1$ का पृष्ठ है।

Show that

www.a2zSubjects.com
www.a2zSubjects.com

$$\iint_S \left(ax\hat{i} + by\hat{j} + \left(zk\right) \cdot \hat{n}\, ds = \frac{4}{3}\pi(a+b+c) \right.$$

where S is the surface of the spere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

इकाई-III
Unit-III

4. शांकवों के समीकरण ज्ञात करना जो दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से संनाभि है।

To find the equation of conics which are confocal with the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

अथवा

Or

किसी शांकव में सिद्ध कीजिए कि लम्बरूप नाभिगत जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In a conic prove that the sum of the reciprocols of two perpendicular focal chords is constant.

इकाई-IV
Unit-IV

5. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (0, 0, 3) और आधार वक्र, वृत्त $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ है।

Find the equation of the cone whose vertex is (0, 0, 3) and base is the circle $x^2 + y^2 = 4, z = 0$.

अथवा

Or

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक रेखाएँ x-अक्ष के समानान्तर है एवं वक्र $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1, lx + my + nz = p$ को प्रतिच्छेद करते हैं।

Find the equation of the cylinder where generating lines are parallel to x-axis and passing through the curve $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1, lx + my + nz = p$.

इकाई-V
Unit-V

www.a2zSubjects.com

6. वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि समतल $lx+my+nz=p$ संकेन्द्र शांकवज $ax^2+by^2+cz^2=1$ का स्पर्श तल हो।

To find the condition that the plane $lx+my+nz=p$ may touch the central conicoid $ax^2+by^2+cz^2=1$.

अथवा

Or

दर्शाओ कि समतल $x+2y-2z=4$ परवलयज $3x^2+4y^2=24z$ को स्पर्श करता है एवं स्पर्श बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Show that the plane $x+2y-2z=4$ touches the paraboloid $3x^2+4y^2=24z$ and find the point of contact.

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न) 5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. फलन $\phi=x^2-y^2+2z^2$ का दिशीय अवकलज बिन्दु $P(1,2,3)$ पर रेखा PQ की दिशा में ज्ञात कीजिए जहाँ Q के निर्देशांक (5, 0, 4) है। www.a2zSubjects.com

Find the directional derivative of the function $\phi=x^2-y^2+2z^2$ at the point $P(1,2,3)$ in the direction of the line PQ where the coordinates of Q is (5, 0, 4).

www.a2zSubjects.com

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\text{div grad } r^m \equiv \nabla \cdot \nabla r^m = m(m+1)r^{m-2}$$

Prove that :

$$\text{div grad } r^m \equiv \nabla \cdot \nabla r^m = m(m+1)r^{m-2}$$

इकाई-II

Unit-II

8. स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$ के लिए कीजिए, जबकि समाकल को $x = \pm a, y = 0, y = b$ से बने आयत के परित: लिया गया है।

Verify stoke's theorem for $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$ taken around the rectangle bounded by $x = \pm a, y = 0, y = b$.

अथवा

Or

PTO

$\oint_C \left[(xy + y^2)dx + x^2 dy \right]$ के लिए समतल में ग्रीन प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ C, $y = x$ तथा $y = x^2$ द्वारा परिभाषित क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify Green's theorem in the plane for $\oint_C \left[(xy + y^2)dx + x^2 dy \right]$ where C is the closed curve of the region bounded by $y = x$ and $y = x^2$.

इकाई-III

Unit-III

9. शांकव $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ का अनुरेखण कीजिए एवं इसके नाभियों के निर्देशांक और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Trace the conic $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$ and find the coordinates of its focus and the equation of directrix.

www.a2zSubjects.com

अथवा

Or

दर्शाओ कि दो शांकव

$\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos\theta$ और $\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha)$ एक-दूसरे को

स्पर्श करेगी यदि

$$l_1^2\left(1 - e_2^2\right) + l_2^2\left(1 - e_1^2\right) = 2l_1 l_2\left(1 - e_1 e_2 \cos\alpha\right)$$

Show the the two conics $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos\theta$ and

$\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha)$ will touch one another if

$$l_1^2\left(1 - e_2^2\right) + l_2^2\left(1 - e_1^2\right) = 2l_1 l_2\left(1 - e_1 e_2 \cos\alpha\right)$$

इकाई-IV

Unit-IV

10. सिद्ध कीजिए कि समतल $ax + by + cz = 0$ शंकु

$yz + zx + xy = 0$ को दो लम्बवत् रेखाओं में काटता है, यदि

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

Show that the plane $ax + by + cz = 0$ cuts the cone $yz + zx + xy = 0$ in two perpendicular lines if

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

अथवा

Or

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 है एवं अक्ष सरल रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ है।

Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$.

इकाई-V

Unit-V

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com

11. शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के नियामक गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए।

To find the equation of director sphere of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

अथवा

Or

अतिपरवलयज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ के बिन्दु $(a\cos\alpha, b\sin\alpha, 0)$ से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations to the generators of the hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ which passes through the point $(a\cos\alpha, b\sin\alpha, 0)$.

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com

www.a2zSubjects.com