

SCR-5308

B. Sc. (First Year) Suppl. Examination, 2019

MATHEMATICS.

Paper : Second

(Calculus & Differential Equations)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

(Objective Type Questions)

5×1=5

नोट : इस खण्ड में वस्तुनिष्ठ प्रश्न हैं। सभी प्रश्न हल करें।

Note : This section contains objective type questions.

Attempt all questions.

1. $D^n(a^x)$ का मान है।(a) $a^x \log_e a$ (b) $a^x (\log_e a)^n$ (c) $a^n (\log_e a)^n$

(d) इनमें से कोई नहीं

Value of $D^n(a^x)$ is :(a) $a^x \log_e a$ (b) $a^x (\log_e a)^n$ (c) $a^n (\log_e a)^n$

(d) None of these

(ii) किसी सरल रेखा की वक्रता होती है—

- (a) 0
~~(b) m~~
 (c) $\frac{1}{m}$
 (d) ∞

Curvature of the straight line is :

- (a) 0
 (b) m
 (c) $\frac{1}{m}$
 (d) ∞

(iii) वक्र $r = r \cos \theta$ की सम्पूर्ण लम्बाई है—

- (a) $4a\pi$
 (b) $2\pi a$
 (c) πa
~~(d) $\frac{\pi a}{2}$~~

The whole length of the Curve $r = r \cos \theta$:

- (a) $4a\pi$
 (b) $2\pi a$
 (c) πa
 (d) $\frac{\pi a}{2}$

(iv) निम्नलिखित में से कौन सा समीकरण क्लेरो का समीकरण है—

- ~~(a) $x = py + f(p)$~~
 (b) $x = px + f(p)$
 (c) $y = px + f(p)$
 (d) $y = px + f(c)$

Which of the following equation is Clairaut's equation :

- (a) $x = py + f(p)$
 (b) $x = px + f(p)$

(c) $y = px + f(p)$

(d) $y = px + f(c)$

(v) $\frac{1}{(D^2 + a^2)} \cos ax$ का मान होता है—

(a) $-\frac{x}{2a} \cos ax$

(b) $\frac{x}{2a} \sin ax$

~~(c) $-\frac{x}{2a} \sin ax$~~

(d) इनमें से कोई नहीं

Value of $\frac{1}{(D^2 + a^2)} \cos ax$ is :

(a) $-\frac{x}{2a} \cos ax$

(b) $\frac{x}{2a} \sin ax$

(c) $\frac{-x}{2a} \sin ax$

(d) None of these

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

(Short Answer Type Questions)

5×2=10

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory.

इकाई-I

Unit-I

2. यदि $y = Ae^{-kt} \cos(pt+c)$ तो दर्शाइये कि—

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2k \frac{dy}{dt} + u^2 y, \text{ जहाँ } u^2 = p^2 + k^2$$

If $y = Ae^{-kt} \cos(pt+c)$ then show that :

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2k \frac{dy}{dt} + u^2 y, \text{ where } u^2 = p^2 + k^2$$

अथवा

Or

टेलर प्रमेय को लिखिए और सिद्ध कीजिए।

State and prove Taylor theorem.

इकाई-II

Unit-II

3. परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x, y) वक्रता-त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature at the point (x, y) of the parabola $y^2 = 4ax$.

अथवा

Or

वक्र $x = \log\left(\frac{y}{x}\right)$ के नति-परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find point of inflexion of the curve $x = \log\left(\frac{y}{x}\right)$.

इकाई-III

Unit-III

4. $\int \sin^n x dx$ के लिए समानयन सूत्र ज्ञात कीजिए।

Find the reduction formula for $\int \sin^n x dx$.

अथवा

Or

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the whole area of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

इकाई-IV

Unit-IV

5. हल कीजिए—

$$(1 + y^2)dx + (x - \tan^{-1} y)dy = 0$$

Solve :

$$(1 + y^2)dx + (x - \tan^{-1} y)dy = 0$$

अथवा

Or

वक्र कुल $r^n \sin n\theta = a^n$ का लम्बकोणीय संवेदी ज्ञात कीजिए।

Find the orthogonal trajectory of family of curve

$$r^n \sin n\theta = a^n.$$

इकाई-V

Unit-V

6. हल कीजिए—

$$(D^3 + 1)y = \cos 2x$$

Solve :

$$(D^3 + 1)y = \cos 2x$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = x$$

Solve :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + 6y = x$$

खण्ड-'C'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

(Long Answer Type Questions)

5×5=25

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory.

[11]

इकाई-I

Unit-I

7. लैबनीज प्रमेय का कथन लिखो और सिद्ध कीजिए।

State and prove Leibnitz's theorem.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

Prove that

$$\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$$

इकाई-II

Unit-II

8. वक्र $ay^2 = x^2(a-x)$ का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve $ay^2 = x^2(a-x)$.

SCR-5308

PTO

[12]

अथवा

Or

वक्र $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ के लिए सिद्ध कीजिए

कि— $g = 4a \cos \theta / 2$

For curve $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ prove that

$$g = 4a \cos \theta / 2.$$

इकाई-III

Unit-III

9. सिद्ध कीजिए—

$$\int_0^{\pi} \theta \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = -\frac{4}{9}$$

Prove that

$$\int_0^{\pi} \theta \sin^2 \theta \cos \theta d\theta = -\frac{4}{9}$$

अथवा

Or

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

SCR-5508

Find the whole area of ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

इकाई-IV

Unit-IV

10. हल कीजिए—

$$y = 2\phi x + p^2 y$$

Solve :

$$y = 2\phi x + p^2 y$$

अथवा

Or

निम्नलिखित अवकल समीकरण का व्यापक एवं विचित्र हल ज्ञात कीजिए—

$$(y - \phi x)^2 + a^2 p = 0$$

Find the general and singular solution of the following differential equation

$$(y - \phi x)^2 + a^2 p = 0$$

इकाई-V

Unit-V

11. हल कीजिए—

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$$

Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$$

अथवा

Or

प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए—

$$(D^2 + a^2)y = \sec ax$$

Solve the method of variation of parameters :

$$(D^2 + a^2)y = \sec ax$$