

AR-4116

B. Sc. (First Year) Examination, March-April 2018

MATHEMATICS

Paper : First

(Algebra & Trigonometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 40

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note : Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-'अ'

Section-'A'

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×1=5

(Object Type Questions)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

Note : Attempt all questions. Each question carries 1 mark.

AR-4116

PTO

[2]

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i). निम्न आव्यूह युग्मों में से किस युग्म के आइगन मान एक दूसरे के संयुग्मी हैं ?

(a) A और A' (b) A और \bar{A} (c) A और A^* (d) A' और A^*

Which of the following pairs of matrices has eigen values conjugate to each other?

(a) A and A' (b) A and \bar{A} (c) A and A^* (d) A' and A^*

(ii) निम्न समीकरण निकाय

$$x_1 - x_3 = 1$$

$$-x_1 + 2x_3 = 2$$

$$x_1 - 2x_3 = 3 \text{ का}$$

AR-4116

- (a) एक अद्वितीय हल है
 (b) अनन्त हल है
 (c) कोई हल नहीं है
 (d) इनमें से कोई नहीं www.a2zSubjects.com

The following system of equations :

$$x_1 - x_3 = 1$$

$$-x_1 + 2x_3 = 2$$

$$x_1 - 2x_3 = 3 \text{ has}$$

- (a) A unique solution
 (b) Infinite solution
 (c) No solution
 (d) None of these
- (iii) वह समीकरण जिसके मूल 0 और 1 हैं, होगा—
- (a) $x^2 - 2x + 3$
 (b) $x^2 - x$
 (c) $x^2 + 2x + 4$
 (d) इनमें से कोई नहीं

The equation whose roots are 0 and 1 is :

- (a) $x^2 - 2x + 3$
 (b) $x^2 - x$
 (c) $x^2 + 2x + 4$
 (d) None of these

- (iv) स्विचन फलन

$$f(x, y) = x + x - y$$

का सरल रूप है—

- (a) y
 (b) $x \cdot y$
 (c) x
 (d) $x + y$

Simplified form of the switching function :

$$f(x, y) = x + x - y \text{ is}$$

- (a) y
 (b) $x \cdot y$
 (c) x
 (d) $x + y$

(v) $\log(-1)$ का मान है—

(a) $-\pi i$

(b) πi

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) इनमें से कोई नहीं

The value of $\log(-1)$ is :

(a) $-\pi i$

(b) πi

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) None of these

खण्ड-'ब'

Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 \\ 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 \end{bmatrix}$$

की जाति ज्ञात कीजिए।

Find the rank of the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1^2 & 2^2 & 3^2 & 4^2 \\ 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 \\ 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि किसी नियमित आव्यूह की जाति उसके व्युत्क्रम आव्यूह की जाति के बराबर होती है।

Prove that, the rank of a nonsingular matrix is equal to the rank of its reciprocal matrix.

इकाई-II

Unit-II

3. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

के लिए कैली हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

Verify the Cayley-Hamilton theorem for the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

क्या निम्नलिखित समीकरणों का कोई उभयनिष्ठ अशून्य हल है?

$$x + y + z = 0, \quad 2x - y - 3z = 0$$

$$3x - 5y + 4z = 0, \quad x + 17y + 4z = 0$$

Does the following system of equations possess a common non-zero solution?

$$x + y + z = 0, \quad 2x - y - 3z = 0$$

$$3x - 5y + 4z = 0, \quad x + 17y + 4z = 0$$

इकाई-III

Unit-III

4. वह समीकरण बनाइए जिसके मूल $-3, -1$ और $\frac{5}{3}$ हों।

Form the equation whose roots are $-3, -1$ and $\frac{5}{3}$.

अथवा

Or

वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जब समीकरण

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0$$

के दो मूल α, β इस प्रकार हैं कि $\alpha + \beta = 0$

Find the condition that the equation

$$x^3 - px^2 + qx - r = 0$$

has two roots α, β such that $\alpha + \beta = 0$.

5. दर्शाइए कि

$$q \Rightarrow p, p \Rightarrow q$$

का विलोम और इसका प्रतिलोम $(\sim p) \Rightarrow (\sim q)$ तार्किकतः समतुल्य हैं।

Show that $q \Rightarrow p$, converse of $p \Rightarrow q$ and its inverse $(\sim p) \Rightarrow (\sim q)$ are logically equivalent.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ')$ में यदि $a \cdot x = b \cdot x$ तथा $a \cdot x' = b \cdot x'$ हो तो $a = b$ ($x \in B$).

Prove that in a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$ if $a \cdot x = b \cdot x$ and $a \cdot x' = b \cdot x'$ for $x \in B$ then $a = b$.

इकाई-V

Unit-V

6. $\sin 7\theta$ का $\sin\theta$ की घातों में विस्तार कीजिए।

Expand $\sin 7\theta$ in powers of $\sin\theta$.

सिद्ध कीजिए—

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Prove that :

$$\tanh^{-1} x = \sinh^{-1} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. आव्यूह

[11]

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

के अभिलाक्षणिक मूल एवं उनके संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

अथवा
Or

आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

को प्रसामान्य रूप में बदलिए तथा उसकी जाति तथा शून्यता ज्ञात कीजिए।

AR-4116

PTO

[12]

Reduce the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & 3 & -2 \\ 6 & 3 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

to its normal form and hence find its rank and nullity.

इकाई-II

Unit-II

8. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

के लिए अभिलाक्षणिक समीकरण ज्ञात कीजिए। कैले-हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए तथा इसके द्वारा A^{-1} ज्ञात कीजिए।

Find the characteristics equation of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

verify Cayley-Hamilton theorem. Using this find A^{-1} .

AR-4116

[13]

अथवा

Or

λ के किन मानों के लिए निम्नलिखित समीकरणों का हल होगा—

$$x + y + z = 1$$

$$x + 2y + 4z = \lambda$$

$$x + 4y + 10z = \lambda^2$$

प्रत्येक स्थिति में इनके हल ज्ञात कीजिए।

Find out, for what values of λ , the equations

$$x + y + z = 1$$

$$x + 2y + 4z = \lambda$$

$$x + 4y + 10z = \lambda^2$$

have a solution and solve them completely in each case.

www.a2zSubjects.com

इकाई-III

Unit-III

9. समीकरण $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$ को हल कीजिए, जबकि यह दिया हुआ है कि समीकरण के मूल वास्तविक एवं गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

Solve $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$, the roots are real and in Geometric progression.

[14]

अथवा

Or

व्युत्क्रम समीकरण $x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 9x^2 + 5x - 1 = 0$ को

हल कीजिए।

Solve the reciprocal equation

$$x^5 - 5x^4 + 9x^3 - 9x^2 + 5x - 1 = 0$$

इकाई-IV

Unit-IV

10. वूलीय बीजगणित में सिद्ध कीजिए निम्नलिखित कथन तुल्य हैं—

(i) $a \cdot b' = 0$

(ii) $a + b = b$

(iii) $a' + b = 0$

(iv) $a \cdot b = a$

In a Boolean Algebra prove that the following statement are equivalent :

(i) $a \cdot b' = 0$

(ii) $a + b = b$

(iii) $a' + b = 0$

(iv) $a \cdot b = a$

[15]

अथवा

Or

स्विचन फलन

$$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (x + y) \cdot (x + z)$$

का स्विचन परिपथ खींचिए तथा इसे सरल स्विचन परिपथ में प्रतिस्थापन कीजिए।

Draw switching circuit of the function

$$F(x, y, z) = x \cdot y \cdot z + (x + y) \cdot (x + z)$$

and replace it by a simple one.

इकाई-V

Unit-V

11. यदि α और β समीकरण $x^2 - 2x + 4 = 0$ के मूल हों तब

$$\text{सिद्ध कीजिए कि } \alpha^n + \beta^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{3}$$

If α and β be the roots of the equation

$$x^2 - 2x + 4 = 0,$$

$$\text{prove that } \alpha^n + \beta^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{3}.$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए

[16]

$$\frac{\tan^{-1} x}{x} + \frac{\tan^{-1} y}{y} + \frac{\tan^{-1} z}{z} = 3$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \frac{1}{25} - \dots \right\}$$

जहाँ x, y, z इकाई के घनमूल हैं।

Prove that

$$\frac{\tan^{-1} x}{x} + \frac{\tan^{-1} y}{y} + \frac{\tan^{-1} z}{z} = 3$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{7} + \frac{1}{13} - \frac{1}{19} + \frac{1}{25} - \dots \right\}$$

where x, y, z are cube roots of unity.