

**CR-5307**

**B. Sc. (First Year) Examination, March-April 2019**

**MATHEMATICS**

*Paper : First*

*(Algebra & Trigonometry)*

*Time Allowed : Three hours*

*Maximum Marks : 40*

**नोट :** सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार करें। अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

**Note :** Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

**खण्ड-‘अ’**

**Section-‘A’**

( वस्तुनिष्ठ प्रश्न )

5×1=5

**(Object Type Questions)**

**नोट :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

**Note :** Attempt all questions. Each question carries 1 mark.

**I. सही उत्तर का चयन कीजिए—**

Choose the correct answer :

(i)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  की जाति है—

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) 4

Rank of  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  is :

(a) 2

(b) 1

(c) 0

(d) 4

(ii) समीकरण निकाय  $AX = B$  संगत है, यदि

(a)  $A$  की जाति  $> [A : B]$  की जाति

(b)  $B$  की जाति  $< [A : B]$  की जाति

(c)  $A$  की जाति  $= [A : B]$  की जाति

(d)  $A$  की जाति  $= B$  की जाति

System of equations  $AX = B$  is consistent, if

(a) Rank of  $A >$  Rank of  $[A : B]$

(b) Rank of  $B <$  Rank of  $[A : B]$

(c) Rank of  $A =$  Rank of  $[A : B]$

(d) Rank of  $A =$  Rank of  $B$

(iii) यदि  $\alpha, \beta, \gamma$  समीकरण  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  के मूल

हो, तब  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha =$

(a)  $p$

(b)  $-p$

(c)  $q$

(d)  $-r$

If  $\alpha, \beta, \gamma$  are roots of  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ , then

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha =$

(a)  $p$

(b)  $-p$

(c)  $q$

(d)  $-r$

(iv) 1 का पूरक है—

(a) 1

(b) 0

(c) 2

(d) -1

Complement of 1 :

(a) 1

(b) 0

(c) 2

(d) -1

(v)  $\cosh^2 x + \sinh^2 x =$

- (a) 1  
 (b) 0  
 (c)  $\sinh 2x$   
 (d)  $\cosh 2x$

खण्ड-'ब'

Section-'B'

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

5×2=10

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

इकाई-I

Unit-I

2. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$  की रिक्तता (शून्यता) ज्ञात कीजिए।

Find the nullity of the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$  के अभिलाक्षणिक मान ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

3. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  के लिए कैली हेमिल्टन प्रमेय को सत्यापित

कीजिए।

Verify the Cayley-Hamilton theorem for the matrix.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$3x + 4y + 4z = 0$$

$$7x + 10y + 12z = 0$$

Solve :

$$x + 2y + 3z = 0$$

$$3x + 4y + 4z = 0$$

$$7x + 10y + 12z = 0$$

4. यदि  $1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$  समीकरण  $x^n - 1 = 0$  के मूल हों  
तब सिद्ध कीजिए कि

$$(1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \dots (1 - \alpha_{n-1}) = n$$

If  $1, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}$  are roots of  $x^n - 1 = 0$ , then  
prove that

$$(1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \dots (1 - \alpha_{n-1}) = n$$

अथवा

Or

समीकरण  $x^3 - 3x + 2 = 0$  को हल कीजिए—

दिया है कि इसके दो मूल बराबर हैं।

Solve the equation

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

given that two roots are equal.

5. सिद्ध कीजिए कि  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$  पुनरुक्ति है।

Prove that  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$  is a tautology.

अथवा

Or

बुलीय बीजगणित  $B$  में सिद्ध कीजिए कि

$$a + a = a \text{ और } a \cdot a = a$$

Prove that in a Boolean algebra  $B$

$$a + a = a \text{ and } a \cdot a = a$$

इकाई-V

Unit-V

6. सिद्ध कीजिए कि

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

Prove that

$$(\sqrt{3} + i)^n + (\sqrt{3} - i)^n = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

सिद्ध कीजिए—

$$\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

Prove that :

$$\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

खण्ड-'स'

Section-'C'

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

5×5=25

(Long Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए तथा उसकी जाति ज्ञात कीजिए।

Reduce the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

to its normal form and find its rank.

अथवा

Or

आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

के अभिलाक्षणिक मान एवं उनके संगत अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

इकाई-II

Unit-II

8. आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

के लिए कैली हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित कीजिए तथा  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए।

Verify the Cayley Hamilton theorem for the matrix

[ 13 ]

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

and find  $A^{-1}$ .

अथवा

Or

आव्यूह विधि से हल कीजिए—

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

Solve by matrix method

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

$$2x + y - z = 1$$

इकाई-III

Unit-III

CR-5307

PTO

[ 14 ]

9. समीकरण  $3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$  को हल कीजिए, जबकि यह दिया है कि मूल गुणोत्तर श्रेणी में है।

Solve the equation

$$3x^3 - 26x^2 + 52x - 24 = 0$$

it is given that the roots are in geometric progression.

अथवा

Or

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि समीकरण

$$x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$$

के मूल समान्तर श्रेणी में है।

Find the condition that the roots of the equation

$$x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$$

are in arithmetic progression.

इकाई-IV

Unit-IV

10. सिद्ध कीजिए कि

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

CR-5307

Prove that :

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

अथवा

Or

बूलीय बीजगणित  $B$  में सिद्ध कीजिए कि—

$$(i) (a+b)' = a' \cdot b'$$

$$(ii) (a \cdot b)' = a' + b'$$

In a Boolean algebra  $B$  prove that :

$$(i) (a+b)' = a' \cdot b'$$

$$(ii) (a \cdot b)' = a' + b'$$

इकाई-V

Unit-V

11. यदि  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$  तब सिद्ध कीजिए कि—

$$(i) x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$$

CR-5307

PTO

$$(ii) x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin \theta$$

If  $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ , then prove that

$$(i) x^n + \frac{1}{x^n} = 2 \cos n\theta$$

$$(ii) x^n - \frac{1}{x^n} = 2i \sin \theta$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि

$$32 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$$

Prove that

$$32 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$$

<https://www.ujjainstudy.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पाय,

Paytm or Google Pay से