

G-846

B. Sc. (First Year) Examination, 2024

(NEP)

(Major-II/Minor/Elective)

MATHEMATICS-II

(Calculus & Differential Equations)

(कला एवं अवकल समीकरण)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 70

Minimum Pass Marks : 25

नोट : सभी तीनों खण्डों के प्रश्न निर्देशानुसार हल कीजिए।
अंकों का विभाजन खण्डों के साथ दिया जा रहा है।

Note: Attempt questions of all three sections as directed. Distribution of marks is given with sections.

खण्ड-‘अ’

Section-‘A’

(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

5×2=10

(Objective Type Questions)

G-846

PTO

| 2 |

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Answer all questions. Each question carries 2 marks.

1. सही उत्तर का चयन कीजिए—

Choose the correct answer :

(i) $\sin ax$ का n वाँ अवकलज है—

(a) $\sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(b) $\cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(c) $a^n \sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(d) $a^n \cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

 n^{th} derivative of $\sin ax$ is :

G-846

(a) $\sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(b) $\cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(c) $a^n \sin\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(d) $a^n \cos\left(ax + \frac{n\pi}{2}\right)$

(ii) r त्रिज्या के वृत्त की वक्रता है—

(a) 0

(b) r

(c) $\frac{1}{r}$

(d) $2r$

The curvature of circle of radius r is :

(a) 0

(b) r

(c) $\frac{1}{r}$

(d) $2r$

(iii) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x$ का मान होता है—

(a) $\frac{\pi}{4} \log 2$

(b) $-\frac{\pi}{4} \log 2$

(c) $\frac{\pi}{2} \log 2$

(d) $-\frac{\pi}{2} \log 2$

Value of $\int_0^{\pi/2} \log \sin x$ is :

(a) $\frac{\pi}{4} \log 2$

(b) $-\frac{\pi}{4} \log 2$

(c) $\frac{\pi}{2} \log 2$

(d) $-\frac{\pi}{2} \log 2$

(iv) अवकल समीकरण $y = px + f(p)$ कहलाता है—

(a) लेग्रान्ज समीकरण

(b) बर्नोली समीकरण

(c) क्लेटो समीकरण

(d) इनमें से कोई नहीं

Differential equation $y = px + f(p)$ is called :

(a) Lagranges equation

(b) Bernoullie's equation

(c) Clawiat's equation

(d) None of these

(v) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ का व्यापक हल है—

(a) $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$

(b) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

(c) $(c_1 + c_2 x) \sin x$

(d) इनमें से कोई नहीं

General solution of differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \text{ is :}$$

(a) $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x$

(b) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$

(c) $(c_1 + c_2 x) \sin x$

(d) None of these

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

4-7-28

(Short Answer Type Questions)

नोट : कोई चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों का है।

Note: Attempt any four questions. Each question carries 7 marks.

2. यदि

$$y = a \cos \log x + b \sin \log x$$

तो सिद्ध कीजिए

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

तथा

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2 + 1) y_n = 0$$

If

$$y = a \cos \log x + b \sin \log x$$

then prove that

$$x^2 y_2 + x y_1 + y = 0$$

and that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n+1) y_n = 0$$

3. वक्र $x = \log_e y/x$ पर नति परिवर्तन बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the point of inflexion on the curve

$$x = \log_e y/x$$

4. सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ की सम्पूर्ण लम्बाई $6a$ है।

Prove that whole length of the curve

$$x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t \text{ is } 6a.$$

5. हल कीजिए—

$$\frac{dy}{dx} + 2 \frac{y}{x} = \sin x$$

Solve :

$$\frac{dy}{dx} + 2\frac{y}{x} = \sin x$$

b. हल कीजिए—

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x \cdot e^x$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x \cdot e^x$$

खण्ड-'स'

Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

2×16=32

(Long Answer Type Questions)

नोट : कोई दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

Note: Attempt any two questions. Each question carries 16 marks.

7. मेकलारिन प्रमेय से $\tan^{-1}x$ का x की बढ़ती घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\tan^{-1}x$ by Maclaurin's theorem.

8. सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए $P = \frac{a^2b^2}{p^3}$

जहाँ P केन्द्र $(0, 0)$ से (x, y) पर स्पर्श रेखा पर डाले गये तत्त्व की लम्बाई है।

Prove that for ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, P = \frac{a^2b^2}{p^3}$$

where P is length of perpendicular from centre upon tangent at (x, y) .

9. यदि $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ और $n > 0$ तो दर्शाइये कि

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1}$$

अतः $\int_0^a (a^2 - x^2)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

If

$$I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx, \quad n > 0,$$

prove that

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1}$$

Hence find the value of

$$\int_0^a (a^2 - x^2)^3$$

10. हल कीजिए—

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

Solve :

$$p^2 + 2py \cot x - y^2 = 0$$

11. प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए—

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

Solve $(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$ by the method of variation of parameter.